

## 新的双基地 MIMO 雷达角度估计方法

郑志东<sup>1</sup>, 张剑云<sup>1</sup>, 屈金佑<sup>2</sup>, 林秀清<sup>1</sup>

(1. 合肥电子工程学院, 安徽 合肥 230037; 2. 91635 部队, 北京 102249)

**摘要:**为降低双基地 MIMO 雷达前端数据处理的计算量, 构造出了“扩展”信号子空间, 并根据此信号子空间的特点, 提出了多项式求根-空域滤波的收发角度估计算法, 避免了二维谱搜索, 实现了目标角度的自动配对, 并推导了多目标和单目标下双基地 MIMO 雷达角度估计的克拉默-拉奥下界 (CRB)。研究表明空域滤波时, 泰勒级数展开的阶数越高, 目标的角度估计精度越好; 当目标各发射角度相隔较近时, 仍能得到较好的估计结果; 在低信噪比时, 估计精度优于 ESPRIT 算法, 在高信噪比时, 2 种算法的估计精度均接近于 CRB。

**关键词:**双基地 MIMO 雷达; 角度估计; “扩展”信号子空间; 多项式求根; 空域滤波

中图分类号: TN958

文献标识码: B

文章编号: 1000-436X(2012)12-0123-10

## Novel method for angle estimating of bistatic MIMO radar

ZHENG Zhi-dong<sup>1</sup>, ZHANG Jian-yun<sup>1</sup>, QU Jin-you<sup>2</sup>, LIN Xiu-qing<sup>1</sup>

(1. Electronic Engineering Institute, Hefei 230037, China; 2. Unit 91635 of PLA, Beijing 102249, China)

**Abstract:** The extended signal subspace was constructed to reduce the computation load of former data processing of bistatic MIMO radar. According to the characteristic of this signal subspace, the polynomial rooting-spatial filtering algorithm was proposed to estimate the direction of arrivals (DOA) and direction of departure (DOD). It avoided the conventional two-dimensional spectrum searching and the estimated parameters were paired automatically without extra pairing operation. Furthermore, Cramer-Rao bounds (CRB) for DOA and DOD estimation were derived under multi-target and single target in bistatic MIMO radar. The results illustrate that when spatial sector is filled the higher order of the Taylor series expansion, the better angular accuracy of targets can be derived. The proposed algorithm can get good estimation performance even when the DODs of targets are close to each other. And the polynomial rooting-spatial filtering algorithm can perform better than ESPRIT algorithm in resolution in SNR, and both of them are close to the CRB in the high SNR.

**Key words:** bistatic MIMO radar; angle estimation; extended signal subspace; polynomial rooting; spatial filtering

### 1 引言

多输入多输出 (MIMO, multiple-input multiple output) 雷达是近年来提出的一种新型体制雷达<sup>[1]</sup>, 与传统雷达相比, MIMO 雷达在目标检测、参数估计精度、杂波抑制、抗干扰等<sup>[1~5]</sup>方面具有显著优势, 因此成为学术界研究的热点。MIMO 雷达在信

号处理上可以采用相干处理<sup>[6]</sup>和非相干处理<sup>[2,7]</sup>, 而按其发射/接收阵元的配置方式可分为 2 种类型: 统计 MIMO 雷达<sup>[1~3]</sup>和单 (双) 基地 MIMO 雷达<sup>[4,5,8~18]</sup>。统计 MIMO 雷达的阵元采用空间分集配置方式, 发射波从不同角度照射目标, 充分利用空域信息克服目标的闪烁效应, 获得空间分集增益, 进而提高闪烁目标的检测性能。而单 (双) 基地 MIMO 雷达的

收稿日期: 2011-05-17; 修回日期: 2011-10-04

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (60702015)

**Foundation Item:** The National Natural Science Foundation of China (60702015)

收发阵元为相控阵体制的相干配置方式，因此无法抑制目标闪烁，但它利用波形分集和多通道的相干处理形成大的虚拟阵列孔径，从而提高雷达的角度估计精度，以及增加最大可识别的目标数等。本文对双基地 MIMO 雷达的收发角度估计问题展开研究。

双基地 MIMO 雷达的发射和接收阵列分开配置，其方向矢量为发射和接收方向矢量的 Kronecker 积<sup>[4]</sup>，较一般的阵列角度估计复杂，需要同时估计出目标的发射角 (DOD, direction of departure) 和接收角 (DOA, direction of arrival)。目前，对双基地 MIMO 雷达的角度估计算法主要有 2 类：1) 基于二维或分维搜索的角度估计算法<sup>[8-12]</sup>，文献[8]利用 Capon 算法实现了 DOD-DOA 的联合估计，但二维谱峰搜索运算量较大，文献[9]对方向矢量进行分解，利用 2 个一维 Capon 算法进行角度估计，降低了计算量，但无法实现目标角度的自动配对，文献[10]分别构造出接收和发射协方差矩阵，利用 AD-MUSIC 算法来估计收发角，且能实现自动配对，文献[11]提出了一种基于 MUSIC-ESPRIT 的联合估计算法，通过单天线的 MUSIC 算法和双天线的 ESPRIT 算法分别估计出 DOD 和 DOA，但文献[10,11]存在共同的不足：没有利用 MIMO 雷达阵列孔径扩展的优势，因此减少了 MIMO 雷达最大可识别的目标数目；2) 基于旋转子空间不变的角度估计算法，文献[12]利用 ESPRIT 算法和最小二乘方法进行目标多普勒和收发角度的联合估计，且实现了自动配对，文献[13]利用 DOA 矩阵法构造旋转不变因子，推导了在白噪声和色噪声背景下收发角度估计的表达式，但它仅适用于发射阵元数为 3 的 MIMO 雷达，估计精度受限，文献[14]将经典的 ESPRIT 算法应用于 MIMO 雷达，对其方向矢量进行分解，分别提取出接收和发射旋转不变因子，但需要额外的配对算法，文献[15-17]对文献[14]进行了改进，实现了目标收发角度的自动配对，且降低了运算量。第二类算法虽然无需进行谱峰搜索便能估计收发角，但需要多次特征值分解，而且由于阵列孔径的扩展增加了接收信号协方差矩阵的维数，使得对其估计和特征值分解所需的计算量增大。

本文为降低双基地 MIMO 雷达前端数据处理量的计算量，构造出了“扩展”信号子空间，并根据此子空间的特点，提出了多项式求根-空域滤波的收发角度估计算法，推导了该模型下的克拉默-拉奥 (CR, Cramer-Rao) 下界，计算机仿真验证了

理论分析的有效性。

## 2 信号模型

双基地 MIMO 雷达的系统结构如图 1 所示<sup>[8]</sup>。考虑具有  $M$  个发射阵元， $N$  个接收阵元的双基地 MIMO 雷达，发射端和接收端均采用均匀线阵配置，且阵元间隔分别为  $d_t$ ， $d_r$ 。各发射阵元同时发射正交信号，即满足  $\frac{1}{L} \sum_{l=1}^L s_i(l)S_j^*(l) = \begin{cases} 1, i=j \\ 0, i \neq j \end{cases} (i, j=1, 2, \dots, M)$ ，其中， $s_i(l), s_j(l)$  分别表示第  $i$  和第  $j$  个发射阵元的信号， $L$  为一个脉冲周期内的码长。假设在同一距离分辨单元上存在  $P$  个目标， $(j_p, q_p)$  表示第  $p(p=1, \dots, P)$  个目标的位置， $j_p, q_p$  分别为第  $p$  个目标所对应雷达的发射角和接收角，相应各目标的反射系数为  $a_1, a_2, \dots, a_p$ ，并假设它们之间相互独立。

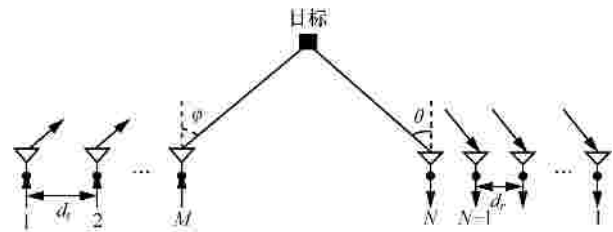


图 1 双基地 MIMO 雷达系统结构

为简化问题，忽略目标的多普勒信息和空间杂波的影响，则  $k$  时刻接收阵列的回波信号为<sup>[8,16]</sup>

$$r(k) = A(q)LB^T(j)S(k) + w(k) \quad (1)$$

其中，符号  $(\cdot)^T$  表示矩阵的转置， $S(k) = [s_1(k), s_2(k), \dots, s_M(k)]^T$  为  $k$  时刻的发射信号矢量。 $A(q) = [a(q_1), a(q_2), \dots, a(q_p)]$  和  $B(j) = [b(j_1), b(j_2), \dots, b(j_p)]$  分别为接收和发射阵列的方向矢量。 $L = \text{diag}(a_1, a_2, \dots, a_p)$  表示由  $a_p$  构成的对角矩阵。 $w(k) \in C^{N \times 1}$  为噪声矢量，且满足  $w(k) \sim N^c(0, \sigma_w^2 I_N)$ 。利用  $M$  个发射信号 (码长为  $L$ ) 分别与每个接收阵元的回波信号进行匹配滤波，则输出为<sup>[12]</sup>

$$X = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L r(k)S(k)^H = A(q)LB^T(j) + W \quad (2)$$

其中， $X \in C^{N \times M}$  为匹配滤波器的输出信号， $W = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L w(k)S(k)^H$  为  $N \times M$  的噪声矩阵。进一步对式(2)进行矩阵的拉直运算得

$$\mathbf{y} = \text{vec}(\mathbf{X}) = \mathbf{K}(q, j) \mathbf{h} + \mathbf{n} \quad (3)$$

其中,  $\text{vec}(\cdot)$  表示矩阵的拉直运算,  $\mathbf{h} = [a_1, a_2, \dots, a_p]^T$  为  $P \times 1$  的目标反射系数矢量,  $\mathbf{K}(q, j) = [\mathbf{k}(q_1, j_1), \mathbf{k}(q_2, j_2), \dots, \mathbf{k}(q_p, j_p)]$  为  $MN \times P$  的矩阵, 其中,  $\mathbf{k}(q_p, j_p) = \mathbf{a}(q_p) \otimes \mathbf{b}(j_p)$  为第  $p$  个目标的联合方向矢量,  $\otimes$  表示 Kronecker 乘积。 $\mathbf{y} \in C^{MN \times 1}$  为单快拍时的输出数据。 $\mathbf{n} \in C^{MN \times 1}$  为输出噪声矢量, 且服从  $\mathbf{n} \sim N^c(0, s_n^2 \mathbf{I}_{MN})$ , 其中,  $s_n^2 = (1/L)s_w^2$ 。

由式(3)可知, 匹配滤波后接收信号的协方差矩阵为

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= E[\mathbf{y}\mathbf{y}^H] = \mathbf{K}(q, j) \mathbf{F} \mathbf{K}^H(q, j) + s_n^2 \mathbf{I}_{MN} \\ &= \sum_{i=1}^P |a_i|^2 \mathbf{k}(q_i, j_i) \mathbf{k}^H(q_i, j_i) + s_n^2 \mathbf{I}_{MN} \end{aligned} \quad (4)$$

其中,  $\mathbf{R} \in C^{MN \times MN}$  为接收信号协方差矩阵,  $\mathbf{F} = \text{diag}(|a_1|^2, |a_2|^2, \dots, |a_p|^2)$ 。由此, 对  $\mathbf{R}$  作特征值分解, 则有

$$\mathbf{R} = \mathbf{E}_s \mathbf{L}_s \mathbf{E}_s^H + \mathbf{E}_n \mathbf{L}_n \mathbf{E}_n^H \quad (5)$$

其中,  $\mathbf{L}_s = \text{diag}\{l_1, l_2, \dots, l_p\}$  为  $P$  个大特征值组成的对角阵,  $\mathbf{E}_s$  为大特征值所对应的信号子空间,  $\mathbf{L}_n = \text{diag}\{l_{p+1}, l_{p+2}, \dots, l_{MN}\}$  为  $(MN - P)$  个小特征值构成的对角阵,  $\mathbf{E}_n$  为小特征值所对应的噪声子空间。当得到  $\mathbf{E}_s$  和  $\mathbf{E}_n$  后, 便可以利用二维 MUSIC 算法或 ESPRIT 算法<sup>[14]</sup>估计目标的收发角度。

由式(4)可知, 由于双基地 MIMO 雷达具有阵列孔径扩展的特点, 即  $M$  发  $N$  收的阵元配置将构成  $MN$  维的协方差矩阵  $\mathbf{R}$ , 使得对  $\mathbf{R}$  的估计及特征值分解所需要的计算量增大, 因此, 下面通过构造“扩展”信号子空间来降低由  $\mathbf{R}$  维数增加而增大的计算量, 并针对“扩展”信号子空间的特点, 提出多项式求根-空域滤波法来实现目标收发角度的估计。

### 3 算法描述

#### 3.1 “扩展”信号子空间的构造及复杂度分析

由式(4)可得无噪声的协方差矩阵

$$\mathbf{R}' = \mathbf{R} - s_n^2 \mathbf{I}_{MN} = \sum_{i=1}^P |a_i|^2 \mathbf{k}(q_i, j_i) \mathbf{k}^H(q_i, j_i) \quad (6)$$

类似地, 由式(2)可得接收信号拉直运算前的协方差矩阵  $\mathbf{R}_r$  和  $\mathbf{R}_t$ 。

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_r &= E[\mathbf{X}\mathbf{X}^H] \\ &= \mathbf{A}(q) E[\mathbf{L}_k \mathbf{B}^T(j) \mathbf{B}^*(j) \mathbf{L}_k^H] \mathbf{A}^H(q) + M s_n^2 \mathbf{I}_N \\ &= \mathbf{M}\mathbf{A}(q) \mathbf{F} \mathbf{A}^H(q) + M s_n^2 \mathbf{I}_N \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_t &= E[\mathbf{X}^T \mathbf{X}^*] \\ &= \mathbf{B}(j) E[\mathbf{L}_k \mathbf{A}^T(q) \mathbf{A}^H(j) \mathbf{L}_k^*] \mathbf{B}^H(j) + N s_n^2 \mathbf{I}_M \\ &= \mathbf{N}\mathbf{B}(j) \mathbf{F} \mathbf{B}^H(j) + N s_n^2 \mathbf{I}_M \end{aligned} \quad (8)$$

进一步, 由式(7)、式(8)可构造出矩阵  $\mathbf{R}_n$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_n &= (\mathbf{R}_r - M s_n^2 \mathbf{I}_N) \otimes (\mathbf{R}_t - N s_n^2 \mathbf{I}_M) \\ &= (\mathbf{M}\mathbf{A}(q) \mathbf{F} \mathbf{A}^H(q)) \otimes (\mathbf{N}\mathbf{B}(j) \mathbf{F} \mathbf{B}^H(j)) \\ &= MN (\mathbf{A}(q) \otimes \mathbf{B}(j)) (\mathbf{F} \otimes \mathbf{F}) (\mathbf{A}(q) \otimes \mathbf{B}(j))^H \\ &= MN \sum_{i=1}^P \sum_{j=1}^P |a_i|^2 |a_j|^2 \mathbf{k}(q_i, j_i) \mathbf{k}^H(q_i, j_i) \end{aligned} \quad (9)$$

比较式(6)和式(9)可知, 协方差矩阵  $\mathbf{R}'$  的特征向量张成了信号子空间:  $S_p = \text{span}\{\mathbf{k}(q_1, j_1), \mathbf{k}(q_2, j_2), \dots, \mathbf{k}(q_p, j_p)\} \in C^{MN \times P}$ , 它为实际所需信号子空间。由矩阵  $\mathbf{R}_n$  的特征向量张成的子空间为  $S_{p^2} = \text{span}\{\mathbf{k}(q_1, j_1), \mathbf{k}(q_1, j_2), \dots, \mathbf{k}(q_p, j_1), \dots, \mathbf{k}(q_p, j_p)\} \in C^{MN \times P^2}$ , 该子空间包含所需的信号子空间, 即满足  $S_p \subset S_{p^2}$ , 本文称之为“扩展”信号子空间。

构造“扩展”信号子空间和信号子空间所需的计算量比较。构造“扩展”信号子空间需要分别估计和特征分解矩阵  $\mathbf{R}_r$ 、 $\mathbf{R}_t$ , 所需的计算量为  $O(KM^2N + KMN^2 + M^3 + N^3)$ , 而直接估计和特征分解协方差矩阵  $\mathbf{R}$  所需要的计算量为  $O(KM^2N^2 + M^3N^3)$ , 由于  $K \ll M, K \ll N$ , 因此, 与直接得到信号子空间相比, 构造“扩展”信号子空间具有更小的计算量, 图 2 给出了两者的运算量随快拍数的变化曲线, 其中, 取  $M = N = 6$ 。

#### 3.2 基于多项式求根-空域滤波的收发角度估计

假设  $b_i$ 、 $\mathbf{u}_i$  ( $i=1, \dots, P$ ) 分别为协方差矩阵  $\mathbf{R}_r$  的特征值及其对应的特征向量,  $g_j$ 、 $\mathbf{v}_j$  ( $j=1, \dots, P$ ) 分别为协方差矩阵  $\mathbf{R}_t$  的特征值和相对应的特征向量。由 Kronecker 乘积的性质可知<sup>[18]</sup>, 矩阵  $\mathbf{R}_n$  的特征值及其对应的特征向量分别为  $b_i g_j$  和  $\mathbf{u}_i \otimes \mathbf{v}_j$ , 因此“扩展”信号子空间为  $U_s = [\mathbf{u}_1 \otimes \mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{u}_1 \otimes \mathbf{v}_p, \dots, \mathbf{u}_p \otimes \mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{u}_p \otimes \mathbf{v}_p]$ , 进而利用二维 MUSIC 算法进行谱搜索

$$f(q, j) = \frac{1}{\mathbf{k}^H(q, j) (\mathbf{I}_{MN} - U_s U_s^H) \mathbf{k}(q, j)} \quad (10)$$

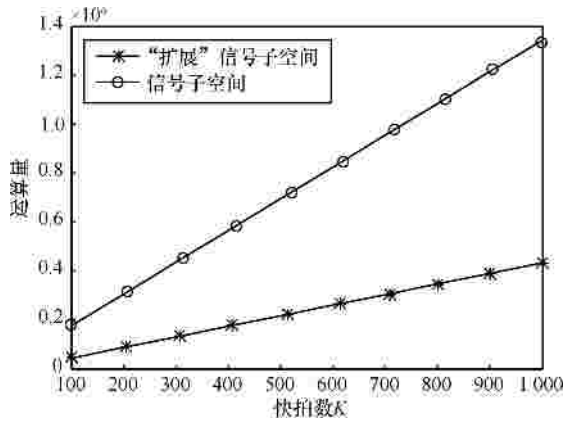


图 2 2 种信号子空间的复杂度比较

由于  $U_s \in C^{MN \times P^2}$ , 因此由式(10)搜索将得到  $P^2$  个目标的谱峰值, 且实际所求的  $P$  个目标包含其中, 此时再利用最大似然估计<sup>[19]</sup>配对 DOD 和 DOA, 便可得到  $P$  个目标的估计位置。但该方法需要进行二维搜索和额外的角度配对, 计算量仍然较大, 由此本文提出一种多项式求根与空域滤波相结合的发角估计方法。

由于 MIMO 雷达的发射方向向量  $b(j) = [1, e^{j(2p/l)d_s \sin j}, \dots, e^{j(2pd_r/l)(M-1)\sin j}]^T$ , 令  $z_t = e^{j(2p/l)d_s \sin j}$ , 则  $b(z_t) = [1, z_t, \dots, z_t^{M-1}]^T$ 。类似地, 接收方向向量可表示为  $a(z_r) = [1, z_r, \dots, z_r^{N-1}]^T$ , 其中  $z_r = e^{j(2pd_r/l)\sin q}$ 。由此, 联合方向向量可重写为

$$\begin{aligned} k(z_t, z_r) &= \text{vec} [a(z_r) b^T(z_t)] \\ &= \text{vec} [a(z_r) b^T(z_t) I_M] \\ &= [a(z_r) \otimes I_M] \text{vec} [b^T(z_t)] \\ &= [a(z_r) \otimes I_M] b(z_t) \end{aligned} \quad (11)$$

将式(11)代入式(10)中, 谱函数  $f(q, j)$  的分母表示式为

$$\begin{aligned} P(z_t, z_r) &= b^H(z_t) [a(z_r) \otimes I_M]^H (I_{MN} - U_s U_s^H) [a(z_r) \otimes I_M] b(z_t) \\ &= b^T(1/z_t) T^T(1/z_r) (I_{MN} - U_s U_s^H) T(z_r) b(z_t) \\ &= b^T(1/z_t) B_M(z_r) b(z_t) \end{aligned} \quad (12)$$

其中,  $T(z_r) = a(z_r) \otimes I_M$ ,  $B_M(z_r) = T^T(1/z_r) (I_{MN} - U_s U_s^H) T(z_r)$  为  $M \times M$  的矩阵多项式。理想情况下由接收数据构成的噪声子空间与联合方向向量正交, 即  $P(z_t, z_r) = 0$ , 同时文献[20]已证明: 当  $P^2 < M(N-1)$  时,  $P(z_t, z_r) = 0$  成立的充要条件为  $J(z_r) @ \det \{B_M(z_r)\} = 0$ 。由此, 可对多项式  $J(z_r)$  求

根得到接收角, 即

$$\begin{aligned} J(z_r) @ \det \{B_M(z_r)\} \\ = \det \left\{ T^T(1/z_r) (I_{MN} - U_s U_s^H) T(z_r) \right\} = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

式(13)为矩阵多项式的求根问题。文献[21]表明: 矩阵多项式求根的运算量与矩阵的维数有关, 且维数越高, 其运算量越大。而  $B_M(z_r)$  为  $M \times M$  维矩阵, 当发射阵元数  $M$  增大时, 求根所需的运算量也将增大。下面对式(13)进一步化简 (推导过程见附录 A)

$$\begin{aligned} J(z_r) &= N^M \det \left\{ I_{P^2} - \frac{1}{N} U_s^H T(z_r) T^T(1/z_r) U_s \right\} \\ &= N^M \det \{B_{P^2}(z_r)\} \end{aligned} \quad (14)$$

其中,  $B_{P^2}(z_r)$  为  $P^2 \times P^2$  的矩阵多项式。因此, 若  $P^2 < M$  时, 可利用式(14)进行多项式求根, 反之, 则利用式(13)求解。

由于  $J(z_r)$  的阶数为  $2M(N-1)$ , 因此具有  $M(N-1)$  对根, 且每对根是相互共轭对称的关系, 从中选出  $P$  个位于单位圆上的根  $\hat{z}_r^p$ , 便可得到接收角  $\hat{q}_p = \arcsin [\arg(\hat{z}_r^p)l / 2pd_r]$ 。在实际中数据协方差存在误差, 只需选出  $P$  个最接近单位圆的根即可。

当求得  $P$  个接收角之后, 可将  $\hat{z}_r^p (p=1, \dots, P)$  代入式(12)中, 再次利用多项式求根得到发射角的估计值, 但对于给定的  $z_r^p$ , 利用式(12)进行多项式求根, 将得到  $P$  个  $z_t^p (p=1, \dots, P)$  位于单位圆上, 因此不能实现自动配对。为此, 下面通过构造空域滤波矩阵求得发射角的估计值, 并实现目标参数的自动配对。

令  $u_i = \sin q_i (i=1, \dots, P)$ , 则有  $u_i = \hat{u}_i + \Delta u_i$ , 其中,  $\hat{u}_i = \sin \hat{q}_i$ ,  $\Delta u_i$  为第  $i$  个接收角的估计误差。将  $a(u_i)$  在估计值  $\hat{u}_i$  处进行  $P_r$  阶泰勒级数展开 (忽略高阶项), 可得

$$a(u_i) \approx a(\hat{u}_i) + \sum_{n=1}^{P_r} \frac{(\Delta u_i)^n}{n!} a^{(n)}(\hat{u}_i) \quad (15)$$

其中,  $a^{(n)}(\hat{u}_i) = \frac{d^n a(u_i)}{du_i^n} |_{u_i=\hat{u}_i} = [0, [j(2pd_r/l)]^n a(\hat{u}_i), \dots, [j(2pd_r/l)(N-1)]^n a(\hat{u}_i)]^T$  为  $a(u_i)$  在  $u_i = \hat{u}_i$  处的  $n$  阶导数矢量,  $P_r$  为泰勒级数展开的最高阶数。由此可构成  $N \times (P_r + 1)$  维矩阵  $E_i^r$ :

$$E_i^r = [a(\hat{u}_i), a^{(1)}(\hat{u}_i), L, a^{(P)}(\hat{u}_i)] \quad (16)$$

进一步，由式(16)可构造出空域滤波矩阵

$$F_i^r = I - E_i^r (E_i^r)^H, (i=1, L, P) \quad (17)$$

其中，空域滤波矩阵  $F_i^r \in C^{N \times N}$  表示与  $E_i^r$  构成子空间相正交的投影阵，即满足  $F_i^r E_i^r = 0$ 。

为了更好地描述算法，下面以 3 个目标来说明空域滤波过程。对式(2)左乘由  $\hat{u}_1$  构成的空域滤波矩阵  $F_1^r$ ，可将目标 1 所含的信息从接收数据中滤除：

$$F_1^r X = F_1^r \left[ [a(q_1), a(q_2), a(q_3)] L B^T(j) + W \right] \\ \approx [F_1^r a(q_2), F_1^r a(q_3)] \begin{bmatrix} a_2 & 0 \\ 0 & a_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b^T(j_2) \\ b^T(j_3) \end{bmatrix} + \mathbb{W} \quad (18)$$

其中，由于接收角估计存在误差，使得  $\|F_1^r a(q_1)\| \approx 0$ ，因此采用近似表示。类似地，令

$$E_2^r = F_1^r E_2^r, \text{ 则对式(18)再左乘 } F_2^r = I - E_2^r (E_2^r)^H,$$

可以将含有目标 2 的信息滤除

$$X_3 = F_2^r F_1^r X \approx a_3 F_2^r F_1^r a(q_3) b^T(j_3) + F_2^r F_1^r W \quad (19)$$

由上式可知，2 次滤波后将得到仅含有目标 3 的数据矩阵  $X_3$ ，进而可以求出协方差矩阵  $R_{r,3} = E\{X_3^T X_3^*\}$ ，然后利用 MUSIC 算法求出发射角  $f_3$ 。同理，可以依次通过滤波处理得到发射角  $\hat{j}_1$  和  $\hat{j}_2$ 。

上述是  $P=3$  的情况，由此可以类推到更一般的形式。对于  $P$  个目标，第  $p$  个目标经过  $P-1$  次滤波处理后的输出为

$$X_p = \left( \prod_{m=1; m \neq p}^P F_m^r \right) X, p=1, L, P \quad (20)$$

其中，空域滤波矩阵的构造将依次递推进行，直到数据中仅含有第  $p$  个目标的信息。这是由于左乘一个滤波矩阵后，接收方向矢量将发生变化，因此应以新的接收方向矢量来构造空域滤波矩阵。当得到每个目标的滤波输出后，便可利用 MUSIC 算法估计出各目标的发射角。

从本文算法可以看出，发射角  $\hat{j}_p$  是由对应的各目标接收角  $\hat{q}_p$  求解获得的，因此实现了收发角度的自动配对。下面给出多项式求根-空域滤波算法的计算步骤：

1) 利用接收数据计算协方差矩阵  $R_r$  和  $R_t$ ，即式(7)和式(8)；

2) 分别对  $R_r$  和  $R_t$  进行特征值分解，取出  $P$  个大特征值对应的特征向量  $u_p$  和  $v_p$  ( $p=1, L, P$ )，并计算“扩展”信号子空间  $U_s$ ；

3) 由式(13)或式(14)求出离单位圆最近的  $P$  个根作为接收角的估计值，并计算出接收角  $\hat{q}_p$ ；

4) 通过式(17)构造空域滤波矩阵  $F_i^r$ ；

5) 根据式(20)计算第  $p$  个目标滤波处理后的输出  $X_p$ ；

6) 利用  $R_{t,p} = E\{X_p^T X_p^*\}$  求出各目标的协方差矩阵，并利用 MUSIC 算法得到  $\hat{q}_p$  所对应的发射角  $\hat{j}_p$ 。

#### 4 收发角度估计 Cramer-Rao 下界

由于式(3)为第  $k$  时刻的接收数据，且各发射阵元的发射信号相互正交，因此  $K$  个采样时刻接收端的充分统计量为<sup>[22]</sup>

$$h = \sqrt{K} \sum_{p=1}^P a_p \text{vec} [a(q_p) b^T(j_p)] + \mathbb{W} \quad (21)$$

其中， $\mathbb{W} \in C^{MN \times 1}$  为噪声矢量，满足  $\mathbb{W} \sim N^c(0, s_n^2 I_{MN})$ ，

且未知参量可表示为  $x = [q^T j^T a^T]^T$ ，其中， $a = [\text{Re}\{a_1\}, \text{Im}\{a_2\}, L, \text{Re}\{a_p\}, \text{Im}\{a_p\}]^T$ 。令  $b = [q^T j^T]^T$ ，可得多目标下收发角度的 CRB 为

$$CRB(b) = [J_{bb} - J_{ba} J_{aa}^{-1} J_{ba}^T]^{-1} \quad (22)$$

同样，当仅有一个目标时，收发角度的 CRB 可写为

$$CRB(q, j) = \frac{1}{2SNR} \text{Re} \left\{ \begin{bmatrix} \text{vec}^H(\mathbb{D}_1) \\ \text{vec}^H(\mathbb{D}_2) \end{bmatrix} \left[ I - \frac{\text{vec}(\mathbb{D}) \text{vec}^H(\mathbb{D})}{\text{vec}^H(\mathbb{D}) \text{vec}(\mathbb{D})} \right] \begin{bmatrix} \text{vec}(\mathbb{D}_1) & \text{vec}(\mathbb{D}_2) \end{bmatrix} \right\}^{-1} \quad (23)$$

其中， $SNR = K |a|^2 / s_n^2$  为信噪比。式(23)的证明过程以及各矩阵符号的数学表达式见附录 B。

#### 5 计算机仿真

下面通过计算机仿真验证本文算法的有效性。双基地 MIMO 雷达的系统结构如图 1 所示，接收和发射阵列的阵元间隔均为半波长配置，各发射阵元发射相互正交的 Hadamard 编码信号<sup>[11]</sup>，快拍数

$K = 200$  , 分别进行如下实验。

实验 1 “扩展”信号子空间的有效性。假设发射和接收阵元数分别为  $M = 6, N = 6$  , 空中存在 3 个不相关的目标源, 即  $P=3$  , 各目标的位置为  $(j_1, q_1) = (-20^\circ, -40^\circ)$ 、 $(j_2, q_2) = (0^\circ, 0^\circ)$ 、 $(j_3, q_3) = (20^\circ, 40^\circ)$  , 信噪比  $SNR = 10\text{dB}$ 。图 3 为基于“扩展”信号子空间 MUSIC 算法的三维谱估计结果, 图 4 为目标未配对时的位置估计结果, 表 1 为不同收发角度组合所对应的代价函数值。

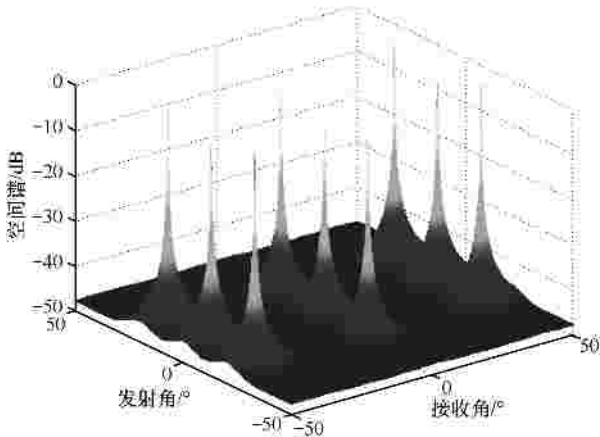


图 3 MUSIC 算法的三维谱估计

由图 3 和图 4 可知, 对于 3 个不相关的目标, 利用“扩展”信号子空间可以估计出 9 个目标, 且所需估计的 3 个真实目标包含其中。由表 1 可知, 代价函数值最小的 3 个值分别对应了收发角度组合  $(j_p, q_p)$ ,  $p = 1, L, P$  , 实现了目标参数的正确配对。因此, 在“扩展”信号子空间中包含了真实信号子空间的所有信息, 验证了“扩展”信号子空间构造的有效性。

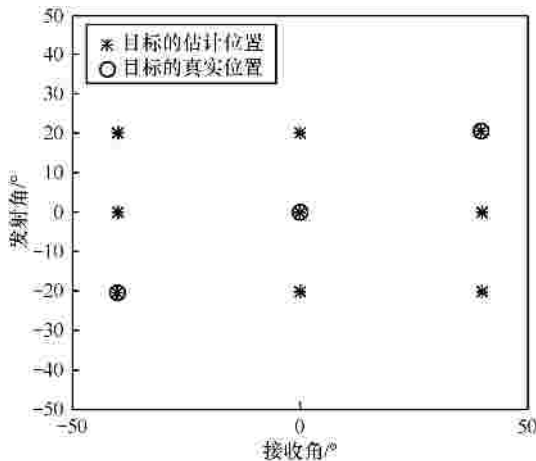


图 4 目标位置估计的星座图

表 1 收发角度组合对应的代价函数值

收发角度组合	$Q_{ML} / \text{dB}$
$\hat{j}_1 = -39.929^\circ, \hat{q}_1 = -20.471^\circ$	14.658
$\hat{j}_1 = -39.929^\circ, \hat{q}_2 = -0.150^\circ$	16.635
$\hat{j}_1 = -39.929^\circ, \hat{q}_3 = 20.172^\circ$	16.684
$\hat{j}_2 = 0.153^\circ, \hat{q}_1 = -20.471^\circ$	16.241
$\hat{j}_2 = 0.153^\circ, \hat{q}_2 = -0.150^\circ$	15.333
$\hat{j}_2 = 0.153^\circ, \hat{q}_3 = 20.172^\circ$	16.912
$\hat{j}_3 = 30.875^\circ, \hat{q}_1 = -20.471^\circ$	16.395
$\hat{j}_3 = 30.875^\circ, \hat{q}_2 = -0.150^\circ$	16.942
$\hat{j}_3 = 30.875^\circ, \hat{q}_3 = 20.172^\circ$	15.312

实验 2 本文算法的有效性。收发阵元数目同实验 1, 假设空中存有 3 个目标, 位置分别为  $(j_1, q_1) = (2^\circ, 0^\circ)$ 、 $(j_2, q_2) = (0^\circ, 20^\circ)$ 、 $(j_3, q_3) = (4^\circ, 30^\circ)$  , 信噪比为  $SNR = 10\text{dB}$ 。进行空域滤波时, 取泰勒级数展开的最高阶数  $P_r = 2$ 。图 5 和图 6 分别为经过 50 次 Monte Carlo 实验后接收角和发射角的估计结果, 图 7 为对应的目标位置估计结果, 图 8 为相同实验条件下 ESPRIT 算法<sup>[14]</sup>的估计结果。

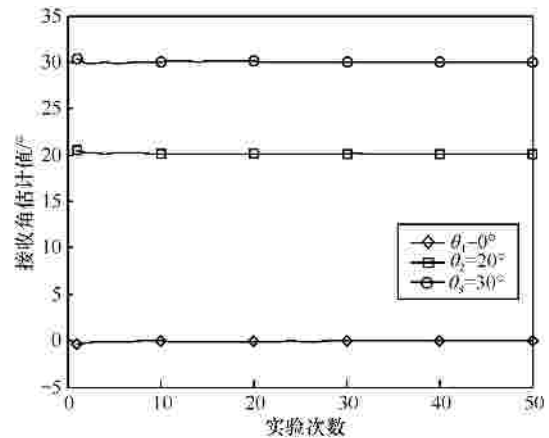


图 5 接收角估计结果

由图 5 和图 6 可知, 目标的 DOA 和 DOD 可以分别通过多项式求根和空域滤波估计出来。图 7 则说明估计出来的收发角度能够实现自动配对。进一步比较图 7 和图 8 可以看出: 当目标的发射角度相隔较近时, 本文算法的估计精度优于文献[14]中的 ESPRIT 算法, 这是由于每个发射角都是通过 MUSIC 算法独立估计得到的, 即使发射角相隔较近也不会影响各自

的估计性能，且每次只估计一个发射角，充分利用了发射阵元的孔径，因此具有更高的估计精度。

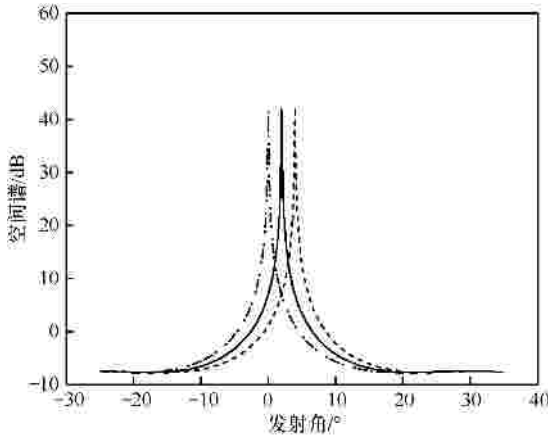


图 6 发射角估计结果

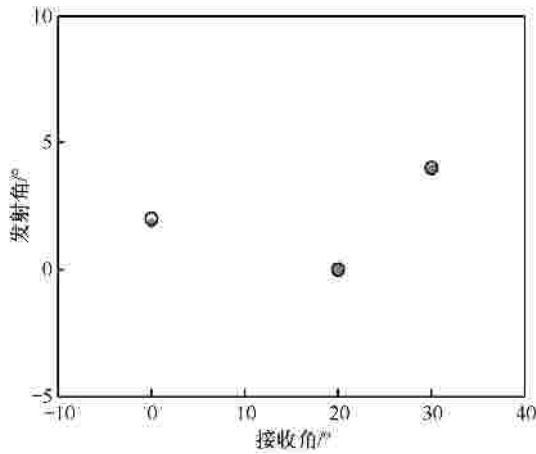


图 7 本文算法的目标位置估计星座图

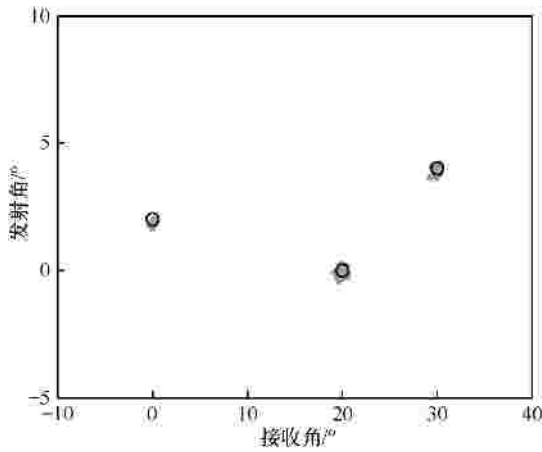


图 8 ESPIRT 算法的目标位置估计星座图

实验 3 最高阶数  $P_r$  的取值对估计性能的影响。目标的个数及位置与实验 2 相同，定义滤波矩阵  $F_i^r$  的空域响应函数为  $H_i^r = \|F_i^r a(q)\|$ 。图 9 为估

计值  $\hat{q}_2$  在  $P_r = 0, 1, 2$  时的空域响应值，图 10 为  $P_r$  取不同阶数时发射角  $j_2$  的均方根误差 (RMSE) 随 SNR 的变化曲线。

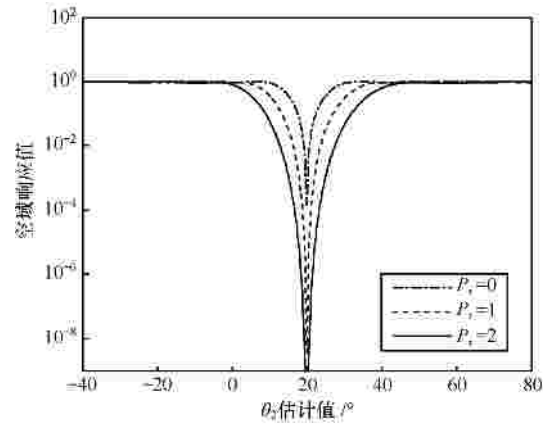


图 9 不同阶数下的空域响应值

由图 9 可知，当  $P_r$  的取值增大时，在接收角  $q_2$  处的零陷宽度将展宽，这使得当估计值  $\hat{q}_2$  偏离真实值较大时，仍能得到较小的空域响应值。因此， $P_r$  阶数越高，空域滤波的容差性能越好。进一步，由图 10 可知， $P_r$  的取值越大，发射角  $j_2$  的估计精度越高。这是由于对目标 1 和目标 3 依次进行空域滤波时， $P_r$  的取值越大，数据矩阵  $X_2$  中所含目标 1 和目标 3 的残余信息将越少，因此发射角  $j_2$  的估计精度也将越高。

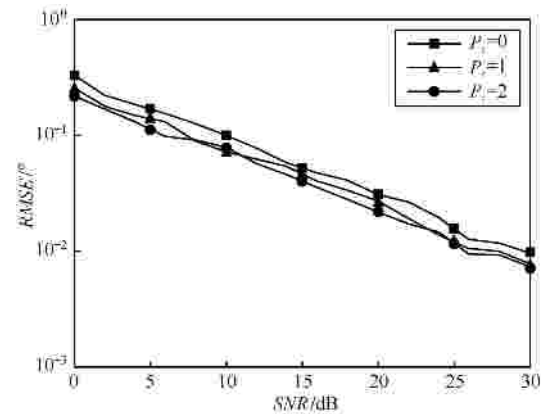


图 10 不同阶数下  $j_2$  的 RMSE 曲线

实验 4 估计性能与 SNR 的关系。假设空中存有 2 个目标，位置分别为  $(j_1, q_1) = (20^\circ, 0^\circ)$ 、 $(j_2, q_2) = (-25^\circ, 10^\circ)$ ，发射和接收阵元为  $M = 4$ 、 $N = 4$ ，对目标的收发角分别求均方根误差，且在每个 SNR 下独立进行 500 次 Monte Carlo 实验。图

图 11 和图 12 分别为目标收发角的 RMSE 随 SNR 的变化关系。由图 11 和图 12 可知, 本文算法的估计精度优于 ESPRIT 算法, 且 SNR 越大 2 种算法的估计性能越好, 并接近于 CRB。原因是 ESPRIT 算法分别只用到了  $N(M-1)$  和  $M(N-1)$  个匹配滤波器的输出数据估计发射角和接收角, 而本文算法在估计接收角时, 充分利用了接收端的  $MN$  个输出数据, 同时, 在估计发射角时, 各个发射角都是通过 MUSIC 算法独立得到, 最大程度上利用了发射端的阵元孔径, 因此, 本文算法具有更优的估计性能。

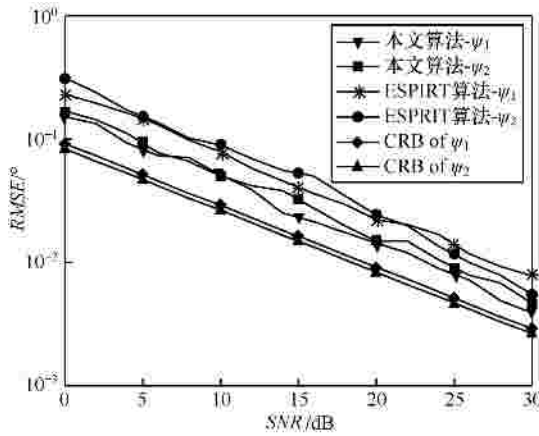


图 11 目标发射角的 RMSE 曲线

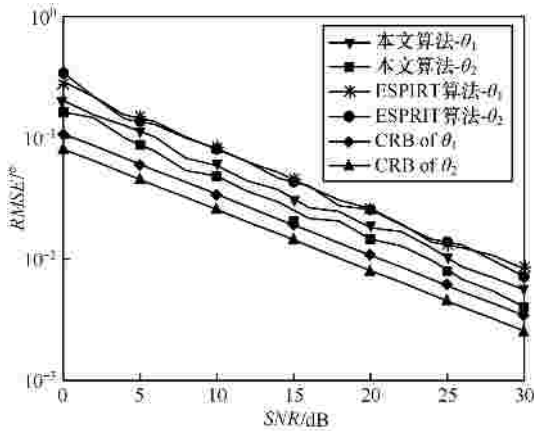


图 12 目标接收角的 RMSE 曲线

## 6 结束语

根据 MIMO 雷达方向矢量的特点, 构造出了“扩展”信号子空间, 它包含所需的信号子空间, 降低了前端数据处理的高计算量, 在此基础上, 利用二维 MUSIC 算法搜索得到  $P^2$  个谱峰值, 并根据最大似然估计算法实现目标参数的配对。为

避免二维谱搜索和额外配对算法所带来的高计算量, 提出了多项式求根-空域滤波的收发角度估计算法, 实现了目标参数的自动配对, 并推导了多目标和单目标下双基地 MIMO 雷达角度估计的 CRB。仿真实验表明: 1) 构造的“扩展”信号子空间能够有效地估计出收发角, 且当发射角相隔较近时, 本文算法仍能得到较好的估计结果; 2) 空域滤波时, 泰勒级数展开的最高阶数  $P_i$  越大, 目标的角度估计精度越高; 3) 本文算法的估计精度优于 ESPRIT 算法, 且在高信噪比时, 算法的估计性能接近于 CR 下界。但是, 由于“扩展”信号子空间是通过 2 个低维协方差矩阵特征值分解得到的, 因此, 本文算法的最大可识别目标数目受到了限制。

## 附录 A 式(13)的另一种变换形式

对于分块矩阵  $A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$ , 若  $\det\{A\} \neq 0$ ,  $\det\{D\} \neq 0$ , 则有如下公式成立:

$$\det \begin{Bmatrix} A & B \\ C & D \end{Bmatrix} = \det\{A\} \det\{D - CA^{-1}B\} \\ = \det\{D\} \det\{A - BD^{-1}C\} \quad (24)$$

因此, 式(12)中的矩阵多项式  $\det\{B_M(z_r)\}$  可化简为

$$J(z_r) = \det\{B_M(z_r)\} \\ = \det\{T^T(1/z_r)T(z_r) - T^T(1/z_r)U_s I U_s^H T(z_r)\} \\ = \det \left\{ \begin{bmatrix} I & U_s^H T(z_r) \\ T^T(1/z_r)U_s & T^T(1/z_r)T(z_r) \end{bmatrix} \right\} \\ = \det\{T^T(1/z_r)T(z_r)\} \\ \det\{-U_s^H T(z_r)[T^T(1/z_r)T(z_r)]^{-1} T^T(1/z_r)U_s\} \\ = \det\{a^T(1/z_r) \otimes I_M\} \det\{a(z_r) \otimes I_M\} \\ \det\{I - U_s^H T(z_r) \Delta T^T(1/z_r)U_s\} \\ = N^M \det\{I - U_s^H T(z_r) D T^T(1/z_r)U_s\} \\ = N^M \det\left\{I - \frac{1}{N} U_s^H T(z_r) T^T(1/z_r)U_s\right\} \\ = N^M \det\{B_{p^2}(z_r)\} \quad (25)$$

式(25)中,  $D = [T^T(1/z_r)T(z_r)]^{-1} = (N \otimes I_M)^{-1} = \frac{1}{N} I_M$ 。

## 附录 B 收发角度 CRB 的推导

由式(22)可知, 接收端的独立充分统计量服从

$\mathbf{h} \sim N^c(m, s_n^2 \mathbf{I}_{MN})$ ，其中期望  $m = \sqrt{K} \sum_{p=1}^P a_p \text{vec}(\mathbf{D}(q_p, j_p))$ ， $\mathbf{D}(q_p, j_p) = \mathbf{a}(q_p) \mathbf{b}^T(j_p)$ ，因此，估计多个目标下，空间参数  $\mathbf{x} = [\mathbf{b}^T, \mathbf{a}^T]^T$  的 Fisher 信息矩阵为

$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \frac{2}{s_n^2} \text{Re} \left\{ \mathbf{d}^H(\mathbf{x}) \mathbf{d}(\mathbf{x}) \right\}$ 。其中，分别定义：

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{b}^T} = \left[ \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial q_p}, \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial j_p} \right], \quad \mathbf{d}(\mathbf{x}) = \left[ \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{b}_1^T}, \mathbf{L}, \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{b}_p^T}, \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \text{Re}\{a_1\}}, \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \text{Im}\{a_1\}}, \mathbf{L}, \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \text{Re}\{a_p\}}, \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \text{Im}\{a_p\}} \right]$$

由此定义，可将 Fisher 信息矩阵表示成含有  $\mathbf{b}$  和  $\mathbf{a}$  的分块矩阵

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{bb} & \mathbf{J}_{ba} \\ \mathbf{J}_{ba}^T & \mathbf{J}_{aa} \end{bmatrix} \quad (26)$$

由式(26)分块矩阵可得收发角度估计的 CRB 为

$$\text{CRB}(\mathbf{b}) = \left[ \mathbf{J}_{bb} - \mathbf{J}_{ba} \mathbf{J}_{aa}^{-1} \mathbf{J}_{ba}^T \right]^{-1} \quad (27)$$

下面分别求出各分块矩阵的表达式。为简化表示，令

$$\mathbf{D}_1(q_p, j_p) = \frac{\partial \mathbf{a}(q_p)}{\partial q} \mathbf{b}^T(j_p), \quad \mathbf{D}_2(q_p, j_p) = \mathbf{a}(q_p) \frac{\partial \mathbf{b}^T(j_p)}{\partial j_p}$$

对回波复振幅  $a$  的实部和虚部求偏导可联合表示为

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \mathbf{a}_p} = \sqrt{K} (1, j) \otimes \text{vec}[\mathbf{D}(q_p, j_p)], \quad \text{并根据矩阵迹的性质}$$

$[\text{vec}(\mathbf{X}^H)]^H \text{vec}(\mathbf{Y}) = \text{tr}(\mathbf{X}\mathbf{Y})$ ，可得：

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{a, a_p} &= \frac{2}{s_n^2} \text{Re} \left\{ \frac{\partial \mathbf{m}^H}{\partial a_l} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial a_p} \right\} \\ &= \frac{2K}{s_n^2} \text{Re} \left\{ (1, j) \otimes \text{vec}(\mathbf{D}(q_l, j_l)) \right\}^H \left[ (1, j) \otimes \text{vec}(\mathbf{D}(q_p, j_p)) \right] \\ &= \frac{2K}{s_n^2} \text{Re} \left\{ (1, j)^H (1, j) \otimes \left[ \text{vec}(\mathbf{D}^H(q_l, j_l)) \text{vec}(\mathbf{D}(q_p, j_p)) \right] \right\} \\ &= \frac{2K}{s_n^2} \text{Re} \left\{ (1, j)^H (1, j) \text{tr}(\mathbf{D}(q_p, j_p) \mathbf{D}^H(q_l, j_l)) \right\} \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{b, a_p} &= \frac{2}{s_n^2} \text{Re} \left\{ \frac{\partial \mathbf{m}^H}{\partial b_l} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial a_p} \right\} \\ &= \frac{2K}{s_n^2} \text{Re} \left\{ a_l^* \begin{bmatrix} \text{vec}(\mathbf{D}_1^H(q_l, j_l)) \\ \text{vec}(\mathbf{D}_2^H(q_l, j_l)) \end{bmatrix} \left[ (1, j) \otimes \text{vec}(\mathbf{D}(q_p, j_p)) \right] \right\} \\ &= \frac{2K}{s_n^2} \text{Re} \left\{ a_l^* (1, j) \otimes \begin{bmatrix} \text{tr}(\mathbf{D}(q_p, j_p) \mathbf{D}_1^H(q_l, j_l)) \\ \text{tr}(\mathbf{D}(q_p, j_p) \mathbf{D}_2^H(q_l, j_l)) \end{bmatrix} \right\} \end{aligned} \quad (29)$$

$$\mathbf{J}_{b, b_p} = \left[ \mathbf{J}_{q, q_p} \quad \mathbf{J}_{q, j_p}; \mathbf{J}_{q, j_l} \quad \mathbf{J}_{j, j_p} \right] \quad (30)$$

式(30)中各元素为

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{q, q_p} &= \frac{2}{s_n^2} \text{Re} \left\{ \frac{\partial \mathbf{m}^H}{\partial q_l} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial q_p} \right\} \\ &= \frac{2K}{s_n^2} \text{Re} \left\{ a_l^* a_p \text{vec}^H(\mathbf{D}_1(q_l, j_l)) \text{vec}(\mathbf{D}_1(q_p, j_p)) \right\} \\ &= \frac{2K}{s_n^2} \text{Re} \left\{ a_l^* a_p \text{tr} \left\{ \mathbf{D}_1(q_p, j_p) \mathbf{D}_1^H(q_l, j_l) \right\} \right\} \end{aligned} \quad (31)$$

$$\mathbf{J}_{j, j_p} = \frac{2K}{s_n^2} \text{Re} \left\{ a_l^* a_p \text{tr} \left\{ \mathbf{D}_2(q_p, j_p) \mathbf{D}_2^H(q_l, j_l) \right\} \right\} \quad (32)$$

$$\mathbf{J}_{q, j_p} = \frac{2K}{s_n^2} \text{Re} \left\{ a_l^* a_p \text{tr} \left\{ \mathbf{D}_2(q_p, j_p) \mathbf{D}_1^H(q_l, j_l) \right\} \right\} \quad (33)$$

将所求得各元素值代入式(27)通过数值计算即可求出  $P$  个目标对应收发角度的 CRB 值。

当只有一个目标时，同样可以求出 Fisher 信息矩阵中的各元素，代入式(27)，利用实部运算性质  $\text{Re}(x) \text{Re}(y) =$

$$\frac{1}{2} \text{Re}(xy + xy^*)$$

## 参考文献：

- [1] FISHER E, HAIMOVICH A, BLUM R S, *et al.* MIMO radar: an idea whose time has come[A]. IEEE Radar Conference[C]. Philadelphia, USA, 2004. 71-78.
- [2] FISHER E, HAIMOVICH A, BLUM R S, *et al.* Spatial diversity in radar-models and detection performance[J]. IEEE Trans Signal Process, 2006, 54(3):823-838.
- [3] HAIMOVICH A M, BLUM R S, LENARD J, *et al.* MIMO radar with widely separated antennas[J]. IEEE Signal Process Magazine, 2008, 25(1): 116-129.
- [4] LI J, STOICA P. MIMO radar with collocated antennas[J]. IEEE Signal Process Magazine, 2007, 24(5): 106-114.
- [5] CHEN C Y, VAIDYANATHAN P P. MIMO radar space-time adaptive processing using prolate spheroidal wave functions[J]. IEEE Trans on Signal Process, 2008, 56(2): 623-635.
- [6] SHEIKHI A, ZAMANI A. Coherent detection for MIMO radars[A]. IEEE Radar Conference[C]. Boston, USA, 2007. 302-307.
- [7] 金明, 廖桂生, 李军. 分布式发射阵列下目标回波相关性分析[J]. 中国科学: 信息科学, 2010, 40(7):968-975.  
JIN M, LIAO G S, LI J. The correlation performance analysis of target echo under distributed transmitting array[J]. Science in China Series E: Information Sciences, 2010, 40(7):968-975.
- [8] YAN H, LI J, LIAO G. Multitarget identification and localization using bistatic MIMO radar system[J]. EURASIP Journal on Advances in Signal Process, 2008, 8(2): 1-8.
- [9] ZHANG X, XU D. Angle estimation in MIMO radar using reduced-dimension Capon[J]. IEEE Electron Lett, 2010, 46(12): 860-861.
- [10] LIU F L, WANG J K. AD-MUSIC for jointly DOA and DOD estimation

- tion in bistatic MIMO radar system[A]. IEEE International Conference on Computer Design and Applications[C]. Qinhuangdao, China, 2010. 455-458.
- [11] 刘晓莉, 廖桂生. 基于 MUSIC 和 ESPRIT 的双基地 MIMO 雷达角度估计算法[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(9): 2179-2183.  
LIU X L, LIAO G S. Combined MUSIC with ESPRIT algorithm for angle estimation in bistatic MIMO radar system[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2010, 32(9): 2179-2183.
- [12] YUNHE C. Joint estimation of angle and Doppler frequency for bistatic MIMO radar[J]. IEE Electron Lett, 2010, 46(2): 170-172.
- [13] JIN M, LIAO G S, LI J. Joint DOD and DOA estimation for bistatic MIMO radar[J]. Signal Processing of ELSEVIER Science, 2009, 89(2): 244-251.
- [14] CHEN D F, CHEN B X, GUODONG Q. Angle estimation using ESPRIT in MIMO radar[J]. IEE Electron Lett, 2008,44(12): 770-771.
- [15] CHEN J L, GU H, SU W M. Angle estimation using ESPRIT without pairing in MIMO radar[J]. IEE Electron Lett, 2008,44(24): 1422-1423.
- [16] 陈金立, 顾红, 苏卫民. 一种双基地 MIMO 雷达快速多目标定位方法[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(7): 1664-1668.  
CHEN J L, GU H, SU W M. A method for fast multi-target localization in bistatic MIMO radar system[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2009, 31(7): 1664-1668.
- [17] BENCHEIKH M L, WANG Y. Joint DOD-DOA estimation using combined ESPRIT-MUSIC approach in MIMO radar[J]. IEE Electron Lett, 2010, 46(15): 1081-1083.
- [18] 许君一, 孙伟, 齐东旭. 矩阵 Kronecker 乘积及其应用[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2003, 15(4): 377-388.  
XU J Y, SUN W, QI D X. Kronecker products and applications[J]. Journal of Computer-aided Design and Computer Graphics, 2003, 15(4): 377-388.
- [19] 郑志东, 张剑云. 单快拍数下双基地 MIMO 雷达的收发角度估计[J]. 信号处理, 2010, 26(5): 789-794.  
ZHENG Z D, ZHANG J Y. Receiver and transmitter angle estimation for bistatic MIMO radar with signal snapshot[J]. Signal Processing, 2010, 26(5): 789-794.
- [20] PESAVENTO M, GERSHMAN A B, WONG K M. Direction finding in partly calibrated sensor arrays composed of multiple subarrays[J]. IEEE Trans on Signal Process, 2002, 50(9): 2103-2115.
- [21] PESAVENTO M, JOHANN F. Eigenstructure-based azimuth and elevation estimation in sparse uniform rectangular arrays[A]. IEEE Conference of Sensor Array and Multichannel Signal Processing[C]. Rosslyn, USA, 2002. 327-321.
- [22] ILYA B, JOSEPH T. Target detection and localization using MIMO radars and sonars[J]. IEEE Trans on Signal Process, 2006, 54(10): 3873-3883.

#### 作者简介：



郑志东 (1985-), 男, 福建莆田人, 合肥电子工程学院博士生, 主要研究方向为阵列信号处理及 MIMO 雷达技术。

张剑云 (1963-), 男, 浙江龙泉人, 博士, 合肥电子工程学院教授、博士生导师, 主要研究方向为雷达及目标环境模拟、雷达信号处理和高速信号处理。

屈金佑 (1982-), 男, 湖南永州人, 博士, 91635 部队工程师, 主要研究方向为雷达信号处理和多输入多输出雷达。

林秀清 (1980-), 女, 安徽合肥人, 合肥电子工程学院讲师, 主要研究方向为雷达信号处理。